

SIMULASI NUMERIK PERPINDAHAN PANAS PADA CEROBONG SEGIEMPAT DENGAN METODE ELEMEN HINGGA DAN BEDA HINGGA

R. Lulus Lambang G. Hidajat¹, Eko Prasetya Budiana¹
Eko Yanuarto²

Abstract : *Numerical simulation for Heat Transfer at Chimney with variation material doneto know the conduction phenomenon that happened in chimney with convection boundary condition. Simulation done by solving governing equations of conduction with convection boundary condition using finite element approximation and finite different approximation. Finite element approximation done with makes by mesh of element, nodal coordinate and determine convection boundary condition with Galerkin formulation approximation. Finite different approximation done by solving governing equations with ADI method for calculation conduction equation of x and y direction. Finite element method and finite different method solved with Fortran Power Station 4.0 and Matlab 7. Result of simulation from both method shown as visualization happen same temperature distribution at chimney. From both method for same material at $Y_{x=1}$ happen difference equal to 1,6385 % and for difference material at $Y_{x=1}$ happen difference equal to 1,9033 %. From difference both method shown that this method can be accepted for case of heat transfer at chimney.*

Key word : *conduction, convection boundary conditionn, chimney, finite element method, finite different method.*

PENDAHULUAN

Dalam teknologi industri proses perpindahan panas selalu ada sehingga pendalaman di bidang itu perlu ditingkatkan terutama didalam metode penyelesaiannya. Metode yang lebih cepat, akurat dengan sedikit error sangat dibutuhkan untuk mendapatkan hasil yang lebih tepat. Sehingga menuntut orang untuk dapat melakukan penelitian tanpa pengujian langsung yang akan membutuhkan banyak biaya.

Banyak sekali penyelesaian analitis atas soal-soal perpindahan panas konduksi yang terkumpul dalam literatur. Namun demikian, dalam banyak situasi praktis dihadapi syarat-syarat atau kondisi batas dan geometri yang sedemikian rupa sehingga penyelesaian analitis untuk itu tidak bisa sama sekali dilakukan. Atau, apabila penyelesaian analitis dapat dikembangkan, hal itu sangat kompleks, sehingga evaluasi dengan angka-angka menjadi sangat sulit sehingga pendekatan pendekatan yang paling berhasil adalah yang didasarkan atas teknik beda hingga dan elemen hingga.

Terdapat berbagai macam metode penyelesaian persamaan atur konduksi dan konveksi secara numerik. Metode yang digunakan dalam penyelesaian persamaan atur konduksi dan konveksi adalah melalui pendekatan beda hingga dan elemen hingga. Penelitian perpindahan panas pada cerobong dengan menggunakan metode elemen hingga telah dilakukan oleh Dubravka Mijuan, Ana Ziberna dan Bojan Medo (2004) dan David Meeker (2005).

¹ staf pengajar jurusan Teknik Mesin FT UNS

² mahasiswa jurusan Teknik Mesin FT UNS

Tujuan Penelitian

Tujuan dari pelaksanaan penelitian yang dilakukan adalah :

Untuk memprediksi temperatur pada cerobong dengan kondisi batas konveksi yang merambat pada batu bata merah tahan api secara konduksi melalui kontak 2-D secara numerik dengan penerapan prinsip elemen hingga dan beda hingga.

Membandingkan hasil dari metode elemen hingga dan beda hingga yang berupa angka-angka atau visualisasi gambar.

LANDASAN TEORI

Tinjauan Pustaka

Dubravka Mijuan, Ana Zibera dan Bojan Medo (2004) telah melakukan Penelitian tentang analisis perpindahan panas melalui dinding cerobong dengan kondisi *steady state* menggunakan metode elemen hingga dengan material dinding dari batu bata yang mempunyai konduktivitas thermal 1,7292 W/m.°C. bagian dalam cerobong adalah gas dengan temperatur 37,9378 °C. Pada bagian luar cerobong juga gas dengan temperatur - 17,6178 °C . hasil yang ingin dicapai adalah temperatur di tengah pada dinding bagian dalam cerobong.

David Meeker (2005) telah melakukan penelitian dengan menggunakan analisis metode elemen hingga untuk menyelesaikan konduksi panas 2-D simetri dengan kondisi *steady state*. Penampang tersebut berbentuk bujur sangkar dengan panjang sisi dinding luar cerobong 4 m dan sisi dalam 2 m dengan asumsi bahwa tinggi cerobong 20 m. Cerobong tersebut tersusun dari batu bata dan permasalahannya adalah menentukan total distribusi temperatur yang melewati dinding cerobong.

Dasar Teori

Kondisi Batas Konveksi (*Convection Boundary Condition*)

Kondisi dengan pendinginan atau pemanasan yang terjadi pada dinding (*surface*) yang ada kaitannya dengan proses konveksi. Keadaan ini dinyatakan dengan persamaan berikut ini:

$$-k \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{(X=0,Y)} = h [T(0,y) - T_f] \quad 1$$

dengan :

h : koefisien perpindahan panas konveksi

T : variabel temperatur

k : koefisien perpindahan panas konduksi

Metode Beda Hingga

Metode beda hingga adalah suatu metode penyelesaian persamaan differensial dengan menggunakan beda hasil bagi yang diturunkan dari deret Taylor.

Pendekatan Beda Tengah Orde Kedua

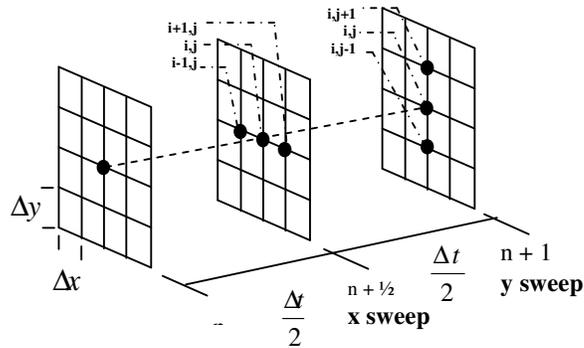
$$u_{i+1,j} + u_{i-1,j} = 2u_{i,j} + 2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^2}{2!} + 2 \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^4}{4!} + \dots \quad 2$$

persamaan 2 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} + O(\Delta x)^2 \quad 3$$

Metode ADI (*Alternating Direction Implicit*)

Metode ini akan lebih mudah jika dijelaskan melalui gambar berikut :



Gambar 1 Ilustrasi untuk metode ADI

X-sweep yaitu langkah ke arah j tetapi pengerjaan persamaan kearah X begitu sebaliknya untuk *Y-sweep*.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial U}{\partial t}$$

Maka Perhitungan untuk X-Sweep

$$\begin{aligned} \frac{U_{i,j}^{n+1/2} - U_{i,j}^n}{\frac{\Delta t}{2}} &= \alpha \left(\frac{U_{i-1,j}^{n+1/2} - 2U_{i,j}^{n+1/2} + U_{i+1,j}^{n+1/2}}{(\Delta x)^2} + \frac{U_{i,j-1}^n - 2U_{i,j}^n + U_{i,j+1}^n}{(\Delta y)^2} \right) \\ \frac{-\alpha \Delta t}{2(\Delta x)^2} U_{i-1,j}^{n+1/2} + \left(1 + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \right) U_{i,j}^{n+1/2} - \frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta x)^2} U_{i+1,j}^{n+1/2} &= \\ U_{i,j}^n + \frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} (U_{i,j-1}^n - 2U_{i,j}^n + U_{i,j+1}^n) & \end{aligned} \quad 4$$

misalnya kita tulis :

$$\begin{aligned} a_i &= - \left(\frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta x)^2} \right) \\ b_i &= 1 + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \\ c_i &= - \left(\frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta x)^2} \right) \\ d_i &= U_{i,j}^n + d_2 (U_{i,j-1}^n - 2U_{i,j}^n + U_{i,j+1}^n) \end{aligned}$$

maka bentuk persamaan 16 menjadi :

$$a_i U_{i-1,j}^{n+1/2} + b_i U_{i,j}^{n+1/2} + c_i U_{i+1,j}^{n+1/2} = d_i \quad 5$$

dengan :

- u : fungsi lokasi
- U : variabel temperatur dalam diskritisasi
- α : koefisien difusivitas thermal
- i,j : indeks nodal
- Δt : langkah waktu
- Δx : jarak antar grid pada arah x
- Δy : jarak antar grid pada arah y

Perhitungan untuk Y-Sweep

$$\frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^{n+1/2}}{\frac{\Delta t}{2}} = \alpha \left(\frac{U_{i-1,j}^{n+1/2} - 2U_{i,j}^{n+1/2} + U_{i+1,j}^{n+1/2}}{(\Delta x)^2} + \frac{U_{i,j-1}^{n+1} - 2U_{i,j}^{n+1} + U_{i,j+1}^{n+1}}{(\Delta y)^2} \right)$$

$$\frac{-\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} U_{i,j-1}^{n+1} + \left(1 + \frac{2\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} \right) U_{i,j}^{n+1} - \frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} U_{i,j+1}^{n+1} =$$

$$U_{i,j}^{n+1} + \frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta x)^2} (U_{i-1,j}^{n+1} - 2U_{i,j}^{n+1} + U_{i+1,j}^{n+1})$$

6

misalnya kita tulis :

$$a_j = -\left(\frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} \right), \quad b_j = 1 + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta y)^2}, \quad c_j = -\left(\frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} \right)$$

$$d_j = U_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta x)^2} \right) (U_{i-1,j}^{n+1} - 2U_{i,j}^{n+1} + U_{i+1,j}^{n+1})$$

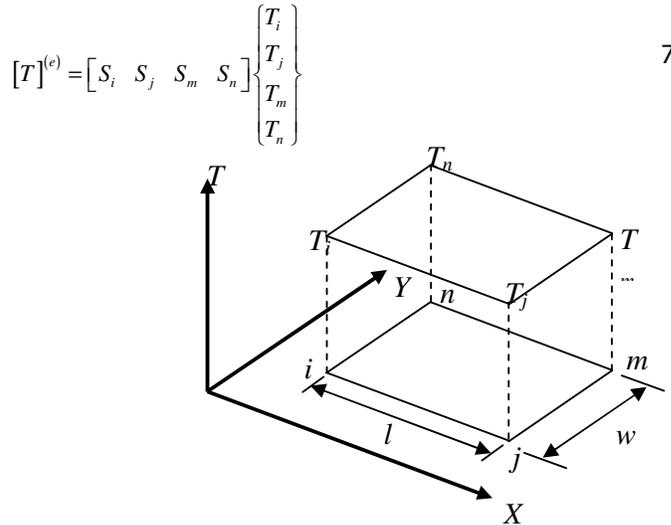
maka bentuk persamaan 6 dapat ditulis kembali menjadi :

$$a_j U_{i,j-1}^{n+1} + b_j U_{i,j}^{n+1} + c_j U_{i,j+1}^{n+1} = d_j \quad 2.22$$

dimana a_j, b_j, c_j dan d_j merupakan koefisien matriks tridiagonal.

**Metode Elemen Hingga
Elemen Segiempat Bilinear**

Elemen segi empat linier mempunyai sisi-sisi lurus dan nodal pada tiap sudutnya. Elemen segitiga bilinear menggunakan fungsi bentuk dan temperature nodal :



Gambar 2 Parameter-parameter untuk Elemen Segiempat Bilinear

Dimana fungsi bentuk S_i, S_j, S_m dan S_n diberikan dengan persamaan berikut ini :

$$S_i = \left(1 - \frac{x}{l} \right) \left(1 - \frac{y}{w} \right), \quad S_j = \frac{x}{l} \left(1 - \frac{y}{w} \right)$$

$$S_m = \frac{xy}{lw}, \quad S_n = \frac{y}{w} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

dimana :

- S : fungsi bentuk
- x : arah koordinat
- y : arah koordinat

- l : panjang elemen arah x
- w : panjang elemen arah y
- T_f : temperatur lingkungan

Dari hasil penurunan kita dapatkan persamaan elemen hingga seperti dibawah ini. Kita abaikan efek radiasi sehingga persamaannya menjadi :

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = h(T - T_f) \quad 8$$

Evaluasi untuk kondisi batas konveksi sepanjang elemen segiempat bilinear menghasilkan persamaan :

$$[K]^{(e)} = \frac{hl_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 9a$$

$$[K]^{(e)} = \frac{hl_{jm}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 9b$$

$$[K]^{(e)} = \frac{hl_{mn}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad 9c$$

$$[K]^{(e)} = \frac{hl_{ni}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad 9d$$

dimana $l_{ij} = l_{mn} = l$ dan $l_{jm} = l_{in} = w$.

Konduktansi matrik untuk elemen segiempat adalah sebagai berikut :

$$[K]^{(e)} = \frac{k_x w}{6l} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \frac{k_y l}{6w} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Elemen konduktansi matrik untuk elemen segiempat bilinear terdiri dari :

1. Elemen konduktansi dalam arah X
2. Elemen konduktansi dalam arah Y

PELAKSANAAN PENELITIAN

Alat dan Bahan yang digunakan

Bahan

- a. Hasil diskritisasi persamaan konduksi dengan kondisi batas konveksi

Alat

- a. Komputer pribadi dengan spesifikasi :
 - Processor Pentium IV 1,7 GHz,
 - Memori 256 MB
- b. Software Microsoft Fortran Power Station 4.0. Software Matlab 7.1 R14
- c. Printer HP Deksjet 3744 .

**Program Dengan Analisis Metode Beda Hingga (Finite Difference Method)
Diskritisasi Persamaan Atur Konduksi**

Dalam pelaksanaan penelitian ini, persamaan atur diselesaikan dengan metode ADI untuk penghitungan persamaan konduksi arah x dan y. Diskritisasi persamaan atur.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial t} \quad 11$$

X-Sweep (Perhitungan ke arah X) :

Persamaan x-sweep untuk persamaan konduksi arah x adalah diskritisasi untuk tiap suku persamaan di atas dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_{i+1,j}^{n+1/2} - 2u_{i,j}^{n+1/2} + u_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2} + \frac{U_{i,j-1}^n - 2U_{i,j}^n + U_{i,j+1}^n}{(\Delta y)^2}$$

dikelompokkan dan didapatkan persamaan :

$$\frac{-\alpha \Delta t}{2(\Delta x)^2} U_{i-1,j}^{n+1/2} + \left(1 + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \right) U_{i,j}^{n+1/2} - \frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta x)^2} U_{i+1,j}^{n+1/2} = U_{i,j-1}^n - 2U_{i,j}^n + U_{i,j+1}^n \quad 12$$

bentuk di atas identik dengan bentuk persamaan

$$a_i U_{i-1,j}^{n+1/2} + b_i U_{i,j}^{n+1/2} + c_i U_{i+1,j}^{n+1/2} = d_i$$

dengan komponen a_i , b_i , c_i dan d_i masing-masing adalah komponen matriks tridiagonal dimana :

$$a_i = -\frac{\alpha \Delta t}{2\Delta x}, \quad b_i = 1 + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}, \quad c_i = -\frac{\alpha \Delta t}{2\Delta x}$$

$$d_i = U_{i,j-1}^n + d_2 (U_{i,j-1}^n - 2U_{i,j}^n + U_{i,j+1}^n)$$

Y-Sweep (Perhitungan ke arah y)

Dari persamaan 1 kita diskritisasi untuk tiap suku persamaan di atas dapat ditulis seperti persamaan 12 dengan cara yang sama dengan *x-sweep* didapat

$$\frac{-\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} U_{i,j-1}^{n+1} + \left(1 + \frac{2\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} \right) U_{i,j}^{n+1} - \frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} U_{i,j+1}^{n+1} = U_{i,j-1}^n - 2U_{i,j}^n + U_{i,j+1}^n \quad 13$$

$$U_{i,j}^{n+1} + \frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta x)^2} (U_{i-1,j}^{n+1} - 2U_{i,j}^{n+1} + U_{i+1,j}^{n+1})$$

bentuk di atas identik dengan bentuk persamaan

$$a_j U_{i,j-1}^{n+1/2} + b_j U_{i,j}^{n+1/2} + c_j U_{i,j+1}^{n+1/2} = d_j$$

dengan komponen a_j , b_j , c_j dan d_j masing-masing adalah komponen matriks tridiagonal dimana :

$$a_j = -\frac{\alpha \Delta t}{2\Delta y}, \quad b_j = 1 + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}, \quad c_j = -\frac{\alpha \Delta t}{2\Delta x}$$

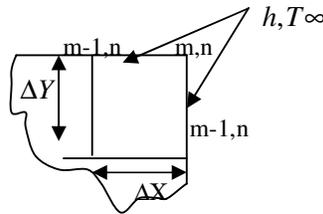
$$d_j = U_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta x)^2} \right) (U_{i-1,j}^{n+1} - 2U_{i,j}^{n+1} + U_{i+1,j}^{n+1})$$

Penentuan Kondisi Batas

Kondisi batas yang digunakan adalah konveksi.

Persamaan - persamaan nodal dengan batas konveksi pada sudut.

Sudut luar dengan batas konveksi :



Gambar 3 sudut luar dengan batas konveksi

Dengan mendefinisikan bahwa :

Perhitungan untuk X-Sweep

$$da = \frac{\alpha \times dt}{(\Delta x)^2}, \quad bi = \frac{h \times \Delta x}{k}$$

Persamaan node untuk $\Delta x = \Delta y$

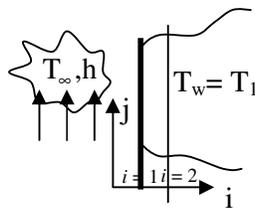
$$U_{(n,m)} = 2 \times da \times [U_{(n-1,m)} + U_{(n,m-1)} + 2 \times bi \times 30] + [1 - 4 \times da - 4 \times da \times bi] \times U_{(n,m)} \quad 14.a$$

$$U_{(1,1)} = 2 \times da \times [U_{(2,1)} + U_{(1,2)} + 2 \times bi \times 30] + [1 - 4 \times da - 4 \times da \times bi] \times U_{(1,1)} \quad 14.b$$

$$U_{(1,m)} = 2 \times da \times [U_{(2,m)} + U_{(1,m-1)} + 2 \times bi \times 30] + [1 - 4 \times da - 4 \times da \times bi] \times U_{(1,m)} \quad 14.c$$

$$U_{(n,1)} = 2 \times da \times [U_{(n-1,1)} + U_{(n,2)} + 2 \times bi \times 30] + [1 - 4 \times da - 4 \times da \times bi] \times U_{(n,1)} \quad 14.d$$

Kondisi batas pada dinding dengan batas konveksi pada dinding



Gambar 4 Kondisi batas pada dinding dengan batas konveksi pada dinding

Persamaan untuk kasus diatas adalah

$$k \frac{(T_2 - T_1)}{\Delta x} = h(T_1 - T_\infty) \quad 15$$

Persamaan kita kelompokkan sehingga kita dapatkan persamaan untuk X-Sweep dan Y-sweep sebagai berikut :

$$T_1 = \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{k} \Delta x\right)} \left\{ T_2 + \frac{h}{k} \Delta x T_\infty \right\} \quad 16$$

Modifikasi koefisien matriks

modifikasi koefisien matriks untuk *Convection Boundary Condition* :

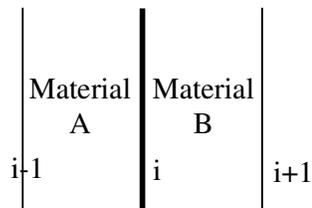
$$b_2 = b_2 + \frac{a_2}{\left(1 + \frac{h_1 \Delta x}{k}\right)}$$

$$d_2 = d_2 - \frac{a_2}{\left(1 + \frac{h_1 \Delta x}{k}\right)} \frac{h_1 \Delta x}{k} u_{\infty 1}$$

$$a_2 = 0$$

Sehingga dapat kita analogikan untuk grid-grid yang berbatasan dengan kasus kondisi batas konveksi.

Modifikasi koefisien matriks untuk material berbeda



Gambar 5 Modifikasi koefisien matriks material berbeda

Persamaan untuk kasus diatas adalah :

$$k_A A_A \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x_A} = k_B A_B \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x_B} \quad 17$$

sehingga modifikasi koefisien matriks untuk material berbeda adalah :

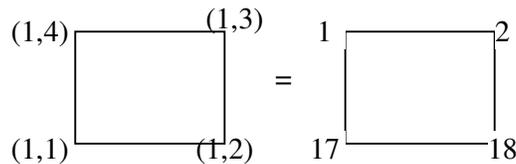
$$a_i = 0$$

$$b_i = b_i + a_i \left(1 + \frac{k_B}{k_A}\right)$$

$$c_i = c_i - a_i \frac{k_B}{k_A}$$

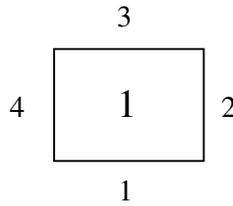
Program Dengan Analisis Metode Elemen Hingga (*Finite Element Method*)

Pembuatan mesh pada cerobong material sama dengan material berbeda sama. Pembuatan mesh terbagi menjadi 2 program yaitu program mesh untuk menentukan elemen dan nodal ditulis dalam file *PMESH.FOR* dan program mesh untuk menentukan letak nodal ditulis pada file *PDM6A.FOR*. Pada penelitian ini menggunakan cerobong dengan jumlah elemen 1200 elemen dan jumlah nodal 1320 nodal.



Gambar 6 contoh perhitungan mesh pada cerobong untuk jumlah elemen 48

- Jika elemen berada pada elemen pertama maka perhitungan nodal-nodalnya adalah:
 - Nodal (1,1) = $2 n_x + 2 n_y + 1 = 17$
 - Nodal (1,2) = Nodal (1,1) + 1 = 18
 - Nodal (1,4) = 1 = 1
 - Nodal (1,3) = Nodal (1,4) + 1 = 2
 - Jika elemen berada pada elemen dibawah elemen pertama dan dibawahnya sampai batas ketebalan cerobong maka
 - : Contoh Nem1 = 20 berada pada
 - Nodal (Nem1+1,1) = Nodal (Nem1,1) + 1
 - Nodal (Nem1+1,2) = Nodal (Nem1,1) + 2
 - Nodal (Nem1+1,3) = Nodal (Nem1,2)
 - Nodal (Nem1+1,4) = Nodal (Nem1,1)
 Persamaan diatas kita ubah dalam bentuk nodal.
 - Nodal (21,1) = Nodal (20,1) + 1 = 41
 - Nodal (21,2) = Nodal (20,1) + 2 = 42
 - Nodal (21,3) = Nodal (20,2) = 17
 - Nodal (21,4) = Nodal (20,1) = 40
 - Jika elemen berada pada baris bawah / datar selain sudut yaitu elemen ke 2, 3, 4
 - $I = Nem1+2, Nem1+nx$
 - Artinya I dapat diganti dengan NemI+2, NemI+3,, NemI+nx
 - Atau dapat kita tulis 22, 23, 24, 25 dan 26
 - Nodal (I,1) = Nodal (I-1,2)
 - Nodal (I,2) = Nodal (I-1,2) + 1
 - Nodal (I,3) = Nodal (I-1,3) + 1
 - Nodal (I,4) = Nodal (I,3) - 1
 - Nilai-nilai diatas didapatkan :
 - Nodal (22,1) = Nodal (21,2) = 42
 - Nodal (22,2) = Nodal (21,2) + 1 = 43
 - Nodal (22,3) = Nodal (21,3) + 1 = 18
 - Nodal (22,4) = Nodal (22,3) - 1 = 17
- Dari persamaan-persamaan diatas yaitu perhitungan cerobong bagian bawah maka dapat kita analogikan untuk perhitungan ketiga sisi-sisi yang lain yaitu sisi sebelah kiri dan kanan serta sisi bagian atas. Akan digunakan untuk mengeksekusi program *PMESH.FOR* dan *PDM6A.FOR* sehingga didapatkan pemodelan cerobong yang ditulis dalam file *KTY1.DAT* dan *KRD1.DAT* di bawah ini. Pemodelan susunan mesh cerobong tersebut menghasilkan output sebanyak 1200 elemen dan 1320 nodal. Kemudian langkah selanjutnya adalah menulis kondisi batas konveksi ditulis dalam file *BOUND1.DAT* yang akan dijelaskan dibawah ini :



Gambar 7 contoh elemen dengan kondisi batas konveksi

Kemudian untuk penghitungan distribusi temperatur digunakan program *YANUP2.FOR* Untuk program ini dibutuhkan *input* berupa file-file hasil eksekusi program untuk 1200 elemen dan 1320 nodal yaitu program *PMESH.FOR* hasil eksekusi ditulis dalam file *kty1.dat* dan program *PDM6A.FOR* hasil eksekusi ditulis dalam file *krd1.dat*. file *kty1.dat*, *krd1.dat*, *BOUND1.DAT*, jumlah elemen, jumlah nodal, koefisien kalor arah x dan y serta banyaknya elemen dengan kondisi batas yang merupakan *input* dari hasil eksekusi program *YANUP2.FOR*

Program terdiri dari 3 macam yaitu *PMESH.FOR*, *PDM6A.FOR* dan *YANUP2.FOR*.

PMESH.FOR : Program untuk menentukan elemen beserta nodal-nodalnya.

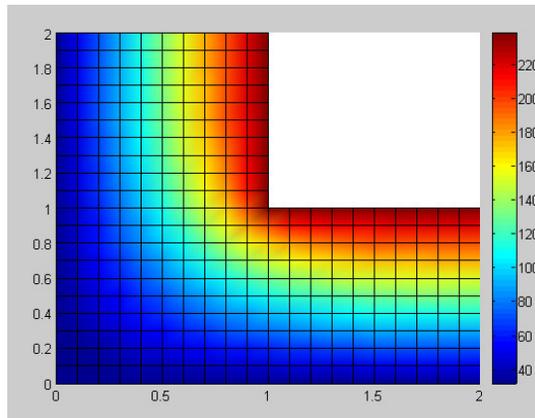
PDM6A.FOR : Program untuk menentukan koordinat nodal.

YANUP2.FOR : Program untuk menghitung distribusi temperatur.

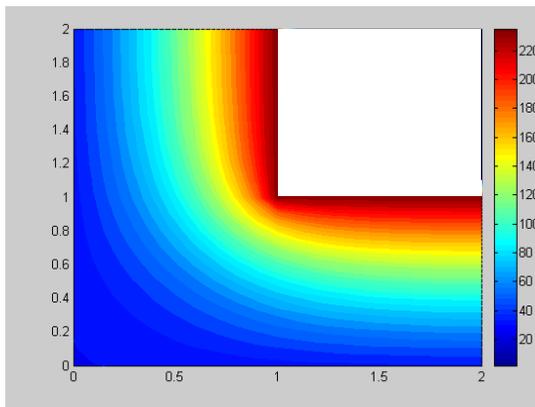
HASIL DAN PEMBAHASAN

Simulasi untuk kasus konduksi dengan kondisi batas konveksi pada cerobong 2D

Simulasi kasus konduksi dengan kondisi batas konveksi pada cerobong 2D yang dikerjakan dengan metode elemen hingga dan beda hingga ditampilkan dengan susunan grid 41×41 dengan $\Delta x = \Delta y = 0.1$, langkah waktu $\Delta t = 0.01$ dan koefisien perpindahan panas konveksi cerobong bagian luar $h_1 = 17.0196 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ dan bagian dalam $h_2 = 68.0784 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, material pertama chrome brick dengan koefisien perpindahan panas konduksi $k_1 = 2.3 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$, material kedua common brick dengan koefisien perpindahan panas konduksi $k_2 = 0.7292 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$. dengan variasi material.



(a)



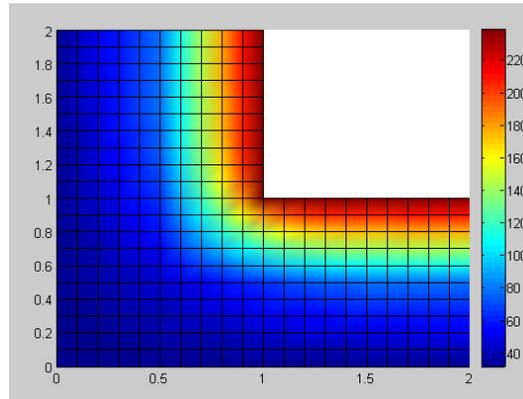
(b)

Gambar 8 (a) Hasil Simulasi Metode Elemen Hingga Seperempat Cerobong Material Sama dengan $k = 0.7292 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$. (b) Hasil Simulasi Metode Beda Hingga Seperempat Cerobong Material Sama dengan $k = 0.7292 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ dan $t = 300 \text{ s}$

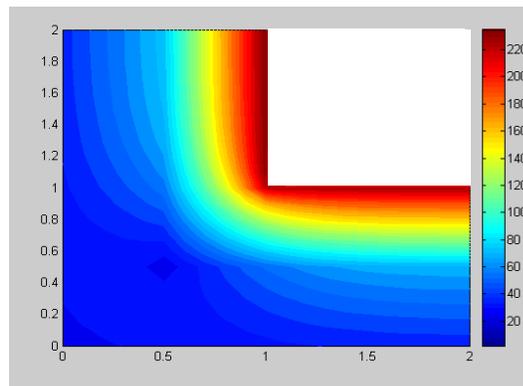
Tabel 1 Perbandingan hasil penyelesaian numerik metode elemen hingga dan metode beda hingga pada gambar 4.4

$Y_{x=1}$	Elemen hingga ($^\circ\text{C}$)	Beda Hingga ($^\circ\text{C}$)	Delta (%)
1,1	239,779	235,8503	1,6385
1,2	239,671	236,3627	1,3804
1,3	239,738	236,6459	1,2898
1,4	239,742	236,8157	1,2206
1,5	239,754	236,9223	1,1811
1,6	239,760	236,9916	1,1547
1,7	239,764	237,0360	1,1378
1,8	239,766	237,0639	1,1270
1,9	239,768	237,0791	1,1215
2,0	239,768	237,0839	1,1195

Dari tabel 1 dapat dilihat bahwa secara kualitatif delta maksimum temperatur antara metode elemen hingga dan beda hingga adalah 1,6385 %.



(a)



(b)

Gambar 9 (a) Hasil Simulasi Metode Elemen Hingga Seperempat Cerobong Material Beda dengan $k_1 = 0.7292 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ dan $k_2 = 0.7292 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. (b) Hasil Simulasi Metode Beda Hingga Seperempat Cerobong Material Sama dengan $k_1 = 0.7292 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, $k_2 = 0.7292 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ dan $t = 300 \text{ s}$

Tabel 2 Perbandingan hasil penyelesaian numerik metode elemen hingga dan metode beda hingga pada gambar 4.5

$Y_{X=1}$	Elemen hingga ($^\circ\text{C}$)	Beda Hingga ($^\circ\text{C}$)	Delta (%)
1,1	239,709	235,1465	1,9033
1,2	239,563	235,7354	1,5977
1,3	239,643	236,0454	1,5012
1,4	239,644	236,2214	1,4282
1,5	239,656	236,3267	1,3892
1,6	239,660	236,3918	1,3637
1,7	239,663	236,4317	1,3483
1,8	239,665	236,4552	1,3393
1,9	239,666	236,4680	1,3343
2,0	239,666	236,4721	1,3326

Dari tabel 2 dapat dilihat bahwa secara kualitatif delta maksimum temperatur antara metode elemen hingga dan beda hingga adalah 1,9033 %.

Dari gambar 15 a dan b menunjukkan bahwa distribusi temperatur lebih sukar dari pada gambar 14 hal ini dikarenakan perbedaan material, material bagian luar mempunyai konduktifitas termal yang lebih besar dibandingkan dengan material bagian dalam sehingga menyebabkan perambatan temperaturnya lebih lambat dari pada gambar 14. Secara umum gambar 15 a dan b menunjukkan distribusi temperatur yang sama

PENUTUP

Kesimpulan

Dari penelitian dan pembahasan hasil yang telah dilakukan, dapat ditarik beberapa kesimpulan yaitu :

- a. Metode beda hingga pada penelitian ini dimaksudkan untuk mengetahui penggunaan metode beda tengah orde kedua dan penyelesaian dengan metode ADI (*Alternating Direction Implicit*) untuk menyelesaikan persamaan konduksi tak tunak dengan modifikasi koefisien matriks konveksi untuk sisi-sisi cerobong yang berbatasan konveksi dan modifikasi koefisien matriks untuk material berbeda
- b. Metode elemen hingga pada penelitian ini dimaksudkan untuk mengetahui penggunaan mesh segiempat bilinear untuk menyelesaikan persamaan konduksi *steady state* dengan kondisi batas konveksi
- c. Metode yang digunakan dalam penelitian ini mampu memprediksikan distribusi temperatur pada cerobong.
- d. Simulasi cerobong menggunakan metode elemen hingga dan beda hingga dengan jumlah grid yang sama 41x41 menghasilkan visualisasi yang sama.
- e. Metode beda hingga tampilan visualisasi beda temperatur terlihat jelas sedangkan metode elemen hingga visualisasi temperaturnya halus dan bentuk mesh terlihat dengan jelas.

Saran

Untuk lebih mengembangkan ilmu pengetahuan di bidang simulasi numerik, maka penulis memberikan saran:

- a. Dilakukan penelitian lebih lanjut tentang simulasi perpindahan panas pada cerobong dengan bentuk melingkar, oval dan sebagainya.
- b. Dilakukan simulasi perpindahan panas pada cerobong 3 dimensi.
- c. Digunakan grid yang lebih rapat untuk memberikan hasil yang lebih akurat.
- d. Dikembangkan penggunaan program, sehingga dapat dilakukan simulasi dengan perbedaan material lebih dari 2 material.

DAFTAR PUSTAKA

- Bayazitoglu, Yildiz., Ozisik, M Necati., 1988, "*Elements of Heat Transfer*", McGraw-Hill Book Company.
- Hoffmann, Klaus. A., 1989, "*Computational Fluid Dynamics For Engineers*", Engineering Education System..
- Holman, J.P., E. Jasjei., 1994, "*Perpindahan Kalor*". Erlangga
- Kreith, Frank., 1986, "*Prinsip-prinsip Perpindahan Kalor*". Erlangga
- Incropera, Frank P., Dewitt, David P., 1990, "*Introduction to Heat Transfer*", 2nd edition, John Willey and Sons.
- Lambang, Lulus R., 2005, "*Teori dan Penerapan Metode Elemen Hingga*", UNS Press
- Moaveni, Saeed., 1999, "*Finite Element Analysis*", Minnesota State University, Mankato, New Jersey 07458.

Segerlind, Larry J, 1984, "*Applied Finite Element Analysis*", 2nd edition, New York, John Willey and Sons.

Soesianto F., Nugroho E., 1994, "*Bahasa Fortran*", 3rd edition, Andi Offset.