

# HARGA FAKTOR INTENSITAS TEGANGAN PADA KASUS *PART THROUGH CRACK* DENGAN METODE ELEMEN HINGGA

Nurul Muhayat<sup>1</sup>

**Abstract :** *Stress intensity factor evaluation is needed to evaluate residual strength and crack growth. It develops some methods to evaluate stress intensity factor. In this research, the stress intensity factor is evaluated on the case of part through crack in finite solid with configuration of quarter elliptic corner crack and semi elliptic surface crack. It is done by ANSYS software which based on finite element method. Crack tip elemen model is chosen a quarter point isoparametric 20 node three dimension. In the case of quarter elliptic corner crack, result of ANSYS analysis gives geometry factor ( $\beta$ ) close enough to geometry factor ( $\beta$ ) of BEASY software result, with the maximum error of 7.99% angle. for the angle  $90^\circ$ . On the other side, comparison of the ANSYS result with the result of Newmann-Raju equation, the maximum error is 3.89% for the  $0^\circ$  angle. In the case of semi elliptic surface crack, the ANSYS analysis gives the result of the stress intensity factor close enough with the experimental result which be done by Siyi Chen and Zhenyuan Cui with maximum error is 11.68% in spesiment T7 for the crack direction a ( $90^\circ$  angle) when the configuration is  $a=16,7$  and  $c=20,4$ .*

*Key words :* Quarter Elliptic Corner Crack, semi elliptic surface crack, Stress Intensity Factor, Finite Element Method.

## LATAR BELAKANG

Broek, D (1982), faktor intensitas tegangan (K) telah menjadi parameter penting yang dapat menentukan kekuatan sisa suatu struktur yang mempunyai retak. Berbagai metoda telah dikem-bangkan untuk menghitung faktor ini. Salah satu metoda ini yaitu metode elemen hingga. Dengan memakai elemen konvensional masih memerlukan pembagian elemen-elemen (*meshing*) yang halus disekitar ujung retak (Zienkiewics, 1977). Banks-sills, Leslie dan Bortman, Yaacov (1984), melakukan peninjauan terhadap penggunaan elemen *quarter-point quadrilateral* dan prosedur ekstrapolasi untuk mengevaluasi faktor intensitas tegangan dengan *center crack specimen* dengan hasil akurat, dimana hasil yang didapat tidak terpengaruh oleh ukuran elemen. Bleackly, Choiron, M.A. dan Berata, W. dan Pramono, A.S.(2001) menggunakan software ANSYS untuk menghitung faktor intensitas tegangan pada kasus specimen CT (*Compact Tension*). Pemodelan spesimen menggunakan elemen isoparametrik kuadrilateral dengan ujung retak elemen *quarter point quadrilateral*. Hasil yang didapat ternyata memberikan hasil faktor intensitas tegangan yang sangat dekat dengan eksperimen pada kondisi hampa udara.

Putra, I.S. dan Purbolaksono, J dan Pramono, A (1998), menggunakan software BEASY yang berbasis metoda elemen batas (*Boundary element methode*), untuk menghitung faktor intensitas tegangan pada kasus *part though crack*. Hasil yang didapat memberikan harga faktor intensitas tegangan dengan perbedaan kurang dari 10% bila dibandingkan dengan hasil dari Newman-raju solution.

Dari latar belakang tersebut penulis mencoba menggunakan software ANSYS release 5.4 yang berbasis pada metode elemen hingga, untuk mengevaluasi faktor intensitas tegangan pada part through crack untuk konfigurasi Retak Pojok Eliptik (*quarter elliptic corner crack*) dan retak permukaan eliptik (*Semi Elliptic surface crack*). Pemodelan spesimen menggunakan elemen singular pada sekitar ujung retak.

Dalam pelaksanaan penelitian ini beberapa kondisi batasan telah diambil yaitu:

- Pemodelan spesimen untuk Retak Pojok Eliptik (*quarter elliptic corner crack*) dilakukan dengan model setengah bagian dikarenakan adanya kesimetrian model. Sedangkan untuk kasus retak permukaan eliptik dilakukan dengan model seperempat bagian.
- Jenis elemen yang digunakan adalah elemen isoparametrik 8 node tiga dimensi (*isoparametrik 8 node solid*) untuk memodelkan elemen bukan diujung retak, sedangkan

untuk elemen di ujung retak dipilih elemen isoparametrik quarter-point 20 node tiga dimensi (20 node solid).

- Material diasumsikan homogen, isotropik dan kontinyu
- Tidak memperhitungkan adanya pengaruh lingkungan
- Perhitungan faktor intensitas tegangan dalam masalah linear elastic fracture mechanic (LEFM).

## TINJAUAN TEORI

### Evaluasi Faktor Intensitas Tegangan

Untuk mengevaluasi faktor intensitas tegangan dapat dilakukan pendekatan dengan menghubungkan solusi analitik tegangan dan perpindahan pada ujung retak. Hal ini memerlukan prosedur ekstrapolasi untuk mendapatkan faktor intensitas tegangan pada ujung retak.

Variasi perpindahan secara analitis sekitar ujung retak adalah:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2K-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_{II}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2K+3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 v &= \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2K+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_{II}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2K-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\
 w &= \frac{K_{III}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

dimana

- $K_I$  = faktor intensitas tegangan mode I
- $K_{II}$  = faktor intensitas tegangan mode II
- $K_{III}$  = faktor intensitas tegangan mode III
- $\mu$  = modulus geser
- $K = (3 - \nu) / (1 + \nu)$  untuk kondisi plane stress
- $= (3 - 4\nu)$  untuk kondisi plane strain

terlihat bahwa faktor intensitas tegangan dapat dihitung dari salah satu dari komponen perpindahan arah  $u$  maupun  $v$ . untuk harga  $\theta = 0^\circ$  atau  $\theta = 180^\circ$  maka salah satu denominator pada persamaan diatas akan berharga nol sehingga  $K$  dievaluasi dengan komponen perpindahan yang tidak menghasilkan harga nol.

Prosedur ekstrapolasi perpindahan dilakukan dengan melihat hubungan dari persamaan (1) sehingga dapat diperoleh:

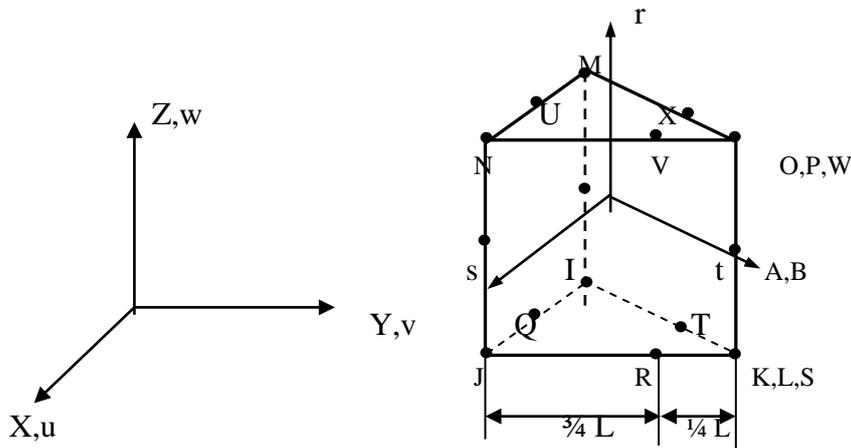
$$\begin{aligned}
 K_I \begin{Bmatrix} (2K-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \\ (2K+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} &= 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \\
 K_{II} \begin{Bmatrix} -(2K+3) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \\ (2K-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} &= 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2}$$

substitusi harga  $u$ ,  $v$ , dan  $r$ , pada titik node sepanjang garis radial pada sekitar ujung retak, dapat diperoleh hubungan antara  $K$  dengan jarak radial  $r$ . kemudian dengan menghilangkan hasil yaitu titik dimana harga  $K$ -nya sudah tidak dalam garis linier (pada titik yang sangat dekat dengan ujung retak) sehingga solusi dapat diekstrapolasi pada  $r = 0$  dengan memakai regresi linear. Teknik ini dapat dipakai pada digunakan elemen konvensional maupun elemen singular.

### Pemodelan Singularitas Ujung Retak

Beberapa penelitian dengan menggunakan metode elemen hingga dengan memakai elemen konvensional, menunjukkan bahwa diperlukan pembagian meshing yang sangat halus pada sekitar ujung retak (Chan, 1970)<sup>[4]</sup> agar secara akurat dapat menampilkan singularitas ujung retak. Pengembangan elemen orde tinggi, seperti keluarga isoparametrik ternyata memberikan kesamaan akurasi yang dapat diterima pada pembagian meshing yang agak kasar. Bagaimanapun juga efektifitas solusi numerik pada kasus retak lebih menguntungkan dengan mengembangkan elemen khusus crack tip yang dapat secara langsung memodelkan singularitas medan regangan elastis  $1/\sqrt{r}$  sekitar ujung retak.

Singularitas ujung retak dapat dimodelkan dengan elemen isoparametrik 20 node tiga



Gambar 1. Elemen singular 20 node tiga dimensi quarter-point.

dimensi, dengan cara memanipulasi node posisi tengah pada elemen crack front yang disebut sebagai elemen quarter-point (Carpinteri, A. 1992). Dengan memindahkan node r serta v dan x ke posisi seperempat seperti pada gambar 1 maka singularitas regangan dapat ditampilkan pada garis KLPO.

Shape function pada node K, R dan J untuk elemen isoparametrik 20 node tiga dimensi adalah sebagai berikut:

$$N_k = \frac{1}{8}(1+s)(1+t)(1-r)(s+t-r-2) \quad N_r = \frac{1}{4}(1+s)(1-t^2)(1-r)$$

$$N_j = \frac{1}{8}(1+s)(1-t)(1-r)(s-t-r-2)$$

sepanjang sisi krj memiliki  $r = -1$  dan  $s = 1$ , sehingga :

$$N_k = \frac{1}{2}(t+t^2) \quad N_r = (1-t^2) \quad N_k = \frac{1}{2}(t-t^2)$$

dari representasi y koordinat pada elemen yaitu:

$$y = \sum_i N_i y_i$$

$$y = \frac{1}{2}(t)(1+t)y_k + (1-t^2)y_r + \frac{1}{2}(-t)(1-t)y_j \quad (3)$$

dengan menempatkan koordinat pada node k dan memberikan panjang sisi krj sebesar L, maka  $y_k = 0$ ,  $y_r = \frac{L}{4}$  dan  $y_j = L$  maka:

$$y = (1-t^2)\frac{L}{4} + \frac{1}{2}(-t)(1-t)L \quad (4)$$

atau ditampilkan dalam t yaitu:

$$t = 1 + 2\sqrt{\frac{y}{L}} \quad (5)$$

dari salah satu komponen Jacobian yaitu  $\partial y/\partial t$  pada persamaan (3) dan memasukkan harga t pada persamaan (5) akan diperoleh :

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{L}{2}(t-1) = \sqrt{Ly} \quad (6)$$

sehingga matrik Jacobian akan singular pada node k dimana  $y = 0$ . Perpindahan v pada sisi krj yaitu:

$$v = \sum_i N_i v_i = \frac{1}{2}(t)(1+t)v_k + (1-t^2)v_r + \frac{1}{2}(-t)(1-t)v_j \quad (7)$$

substitusi Persamaan (5) pada persamaan (7) didapatkan:

$$v = \sum_i N_i v_i = \frac{1}{2}\left(1 + 2\sqrt{\frac{y}{L}}\right)\left(2 + 2\sqrt{\frac{y}{L}}\right)v_k + \left(\frac{y}{L} + 2\sqrt{\frac{y}{L}} + 2\right)v_r + \frac{1}{2}\left(-1 - 2\sqrt{\frac{y}{L}}\right)\left(2\sqrt{\frac{y}{L}}\right)v_j$$

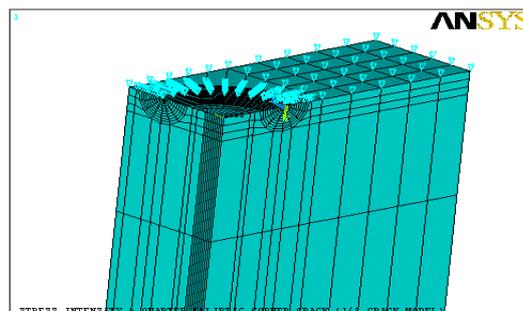
Regangan pada arah y adalah:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{\sqrt{yL}} + \frac{4}{L}\right)v_k + \left(-\frac{2}{\sqrt{yL}} - \frac{4}{L}\right)v_r + \left(\frac{1}{\sqrt{yL}} + \frac{4}{L}\right)v_j \quad (8)$$

Dengan mengganti y dengan jarak radial r maka tampak bahwa komponen  $\varepsilon_y$  menunjukkan singularitas  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ .

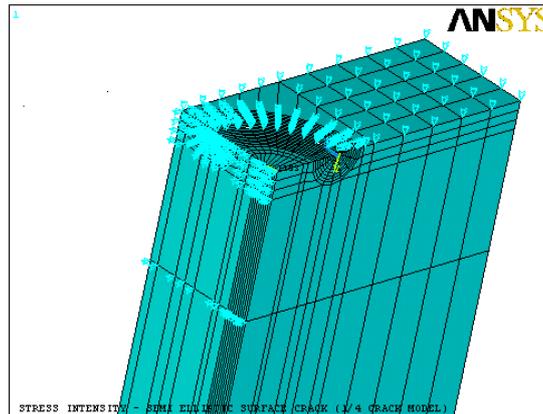
### Geometri dimensi spesimen

Dalam artikel ini diteliti kasus Retak Pojok Eliptik (*quarter elliptic corner crack*) dan retak permukaan elliptic (*semi elliptic surface crack*). Gambar spesimen Retak Pojok Eliptik dapat dilihat pada gambar 2 berikut:



Gambar 2. Spesimen Retak Pojok Eliptik (*quarter elliptic corner crack*)

Model ANSYS untuk retak permukaan semielliptic surface crack seperti gambar berikut:



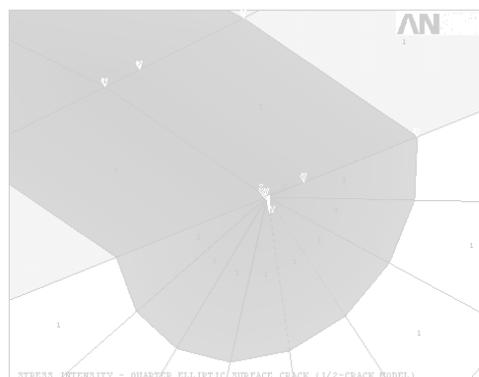
Gambar 3. Model ANSYS dari retak permukaan (*semi elliptic surface crack*)  
*1/4 crack model*

Untuk langkah selanjutnya geometri spesimen dibuat dengan memakai informasi deformasi yang terjadi. Data geometri spesimen yang baru diperoleh dengan cara menambahkan deformasi yang terjadi dengan data geometri sebelumnya dan dibuat pola meshing selanjutnya dengan menyertakan panjang retak baru. Panjang retak yang dipakai sebagai acuan dalam analisis yaitu diambil dari data eksperimen.

### Pemodelan

Untuk memodelkan elemen ujung retak dipakai elemen quarter point isoparametrik 20 node tiga dimensi. Pilihan ini didasarkan pada kemampuan elemen quarter point isoparametrik 20 node tiga dimensi untuk memodelkan singularitas pada ujung retak

Pemodelan untuk spesimen Retak Pojok Eliptik dilakukan dengan model setengah bagian struktur dikarenakan adanya kesimetrian model, baik geometri maupun pembebanan. Model dibuat dengan cara membuat node-node pada setiap elemen pada struktur spesimen tersebut. Kemudian berdasarkan node-node yang dibuat dilakukan pembuatan elemen (*meshing*) sehingga setelah semua elemen dibuat akan didapat suatu struktur spesimen Retak Pojok Eliptik. Untuk meshing elemen disekitar ujung retak (*crack vicinity*) terdiri dari 10 ring elemen terfokus dan setiap ring terdiri dari 100 elemen, 10 sepanjang crack front dan 10 sepanjang circumference dari ring. Untuk membuat elemen singular pada sisi elemen ujung ring pertama dilipat dan dilakukan perubahan jenis elemen dengan cara merubah kedudukan midside node menjadi  $\frac{1}{4}$  bagian dari ujung retak. Model elemen singular dapat ditampilkan dalam gambar 4 berikut:



Gambar 4. Model ANSYS dari elemen singular

Retak dimodelkan dengan cara tidak memberikan kondisi batas pada node yang berada pada pada ujung retak, sedangkan node yang terletak pada luasan yang tidak terjadi keretakan dikekang arah v.

### Input Data.

Masukan data yang dibutuhkan adalah :

1. Material propertis dari spesimen plat alumunium paduan LY12R:
  - Modulus elastisitas (E) = 70.000 Mpa
  - Tegangan Yield( $\sigma_y$ ) = 170 Mpa
  - Tegangan Ultimat( $\sigma_u$ ) = 282 Mpa
2. Pembebanan  
Pembebanan yang dipakai adalah Mode I.
3. Kondisi batas.
  - Quarter Elliptic Corner Crack:  
Pemodelan spesimen untuk Retak Pojok Eliptik (*quarter elliptic corner crack*) menggunakan  $\frac{1}{2}$  bagian spesimen dengan kondisi batas yang diperlukan adalah:
    - pada bidang simetri sumbu y diberikan kekangan perpindahan  $y = 0$ , kecuali dari ujung retak dan retak yang telah terjadi. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 2.
  - Semi Elliptic Surface Crack:  
Karena pemodelan spesimen untuk *semi elliptic surface crack* menggunakan  $\frac{1}{4}$  bagian spesimen maka kondisi batas yang diperlukan adalah:
    - pada bidang simetri sumbu x diberikan konstrain displacement  $x = 0$
    - pada bidang simetri sumbu y diberikan constrain displacement  $y = 0$ , kecuali dari ujung retak dan retak yang telah terjadi. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 3.
4. Data retak  
Data retak yang digunakan sebagai acuan kasus *quarter elliptic corner crack* adalah penelitian yang telah dilakukan oleh Putra, I.S. dan Purbolaksono, J dan Pramono, A (1998).  
Data retak yang digunakan sebagai acuan kasus *semi elliptic surface crack* adalah eksperimen yang telah dilakukan oleh Ziyi Chen dan Zhenyuan Cui (1988).

### Evaluasi Faktor Intensitas Tegangan

Evaluasi faktor intensitas tegangan yang dilakukan dengan menggunakan software ANSYS 5.4 dengan metode extrapolasi perpindahan.

### Komparasi hasil analisa dengan penelitian yang telah ada

Komparasi hasil antara hasil evaluasi faktor intensitas tegangan menggunakan ANSYS dengan penelitian sebelumnya untuk kasus quarter elliptic corner crack, dengan menampilkan grafik faktor geometri ( $\beta$  factor) dan posisi sudut. data-data Penelitian diambil dari artikel yang ditulis oleh Putra, I.S. dan Purbolaksono, J dan Pramono, A (1998).

Sedangkan komparasi hasil antara hasil evaluasi faktor intensitas tegangan menggunakan ANSYS dengan Eksperimen untuk kasus semi elliptic surface crack, dengan menampilkan grafik ( $\Delta K_I$ ) dan panjang retak (a). data-data eksperimen diambil dari artikel yang ditulis oleh Ziyi Chen dan Zhenyuan Cui (1988).

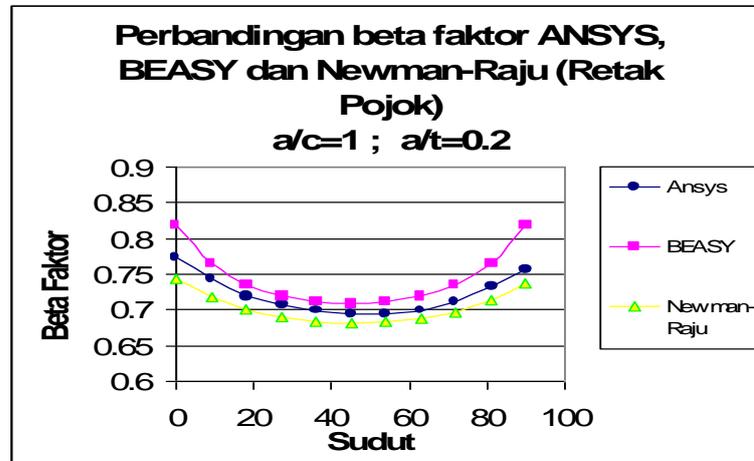
## HASIL DAN ANALISA

### Quarter Elliptic Corner Crack

Perbandingan hasil simulasi ANSYS dengan hasil BEASY dan Newman-raju Equation dapat dilihat pada gambar 5

Dari gambar 5 dapat dilihat bahwa faktor geometri hasil ANSYS sangat dekat dengan hasil dari BEASY dengan simpangan terbesar yaitu 7.99 % pada sudut  $90^\circ$ . Sedangkan apabila factor geomtri hasil ANSYS dibandingkan dengan Newman-Raju equation, simpangan terbesar yaitu

sebesar 3.89% pada sudut 0°. Dari perbandingan diatas dapat dilihat bahwa simpangan terbesar yang didapat lebih besar jika hasil ANSYS diperbandingkan dengan Beasy. Hal ini

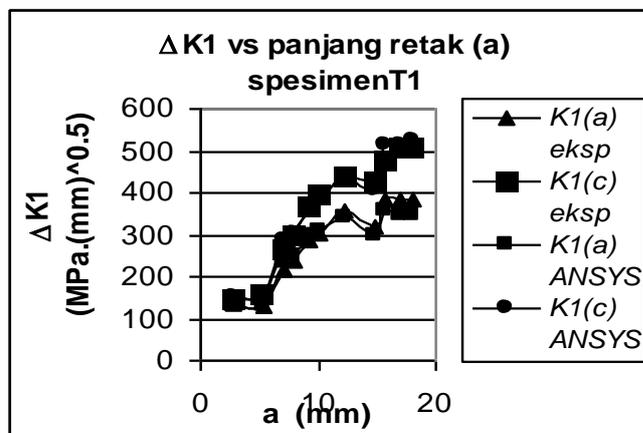


Gambar 5. Grafik perbandingan beta faktor BEASY, Newman-Raju Equation dan ANSYS

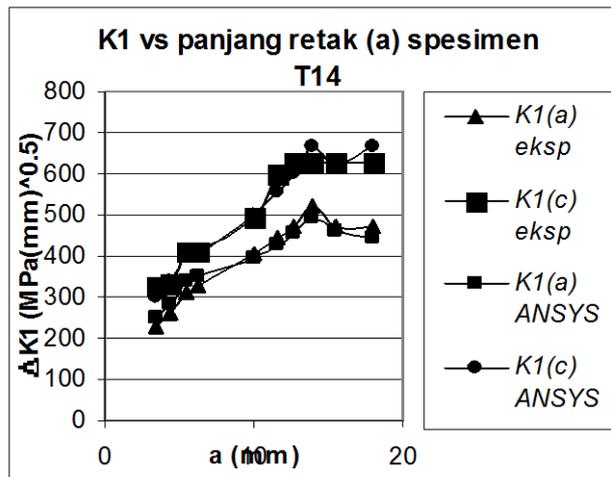
dapat terjadi karena keduanya mempunyai basis metode yang berbeda, ANSYS berbasis metode elemen hingga sedangkan Beasy berbasis metode elemen batas.

### Semi Elliptic Surface Crack

Untuk melihat kevalidan dari hasil simulasi ANSYS untuk kasus semi elliptic surface crack, perlu dilakukan perbandingan dengan eksperimen yang ada. Sebagai perbandingan diambil hasil eksperimen dari hasil penelitian dari Ziyi Chen dan Zhenyuan Cui (1988)<sup>[8]</sup>. Perbandingan hasil dari program ANSYS dan hasil eksperimen ini, ditampilkan dalam bentuk grafik  $\Delta K(a)$ ,  $\Delta K(c)$  terhadap panjang retak arah (a) seperti ditampilkan dalam Gambar berikut.

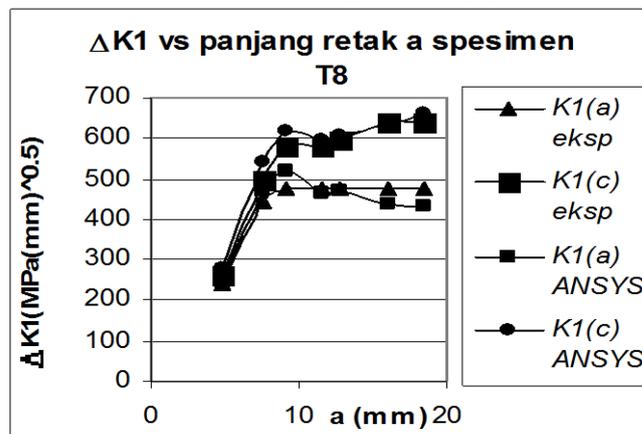


Gambar 6. Perbandingan Grafik K1(a), K1(c) Vs panjang retak arah (a) Hasil Eksperimen dan Hasil Simulasi ANSYS, spesimen T1



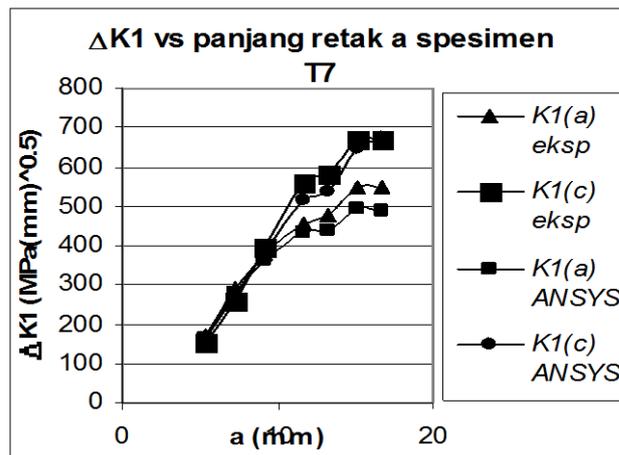
Gambar 7 Perbandingan Grafik K1(a), K1(c) Vs panjang retak arah (a) Hasil Eksperimen dan Hasil Simulasi ANSYS, spesimen T14

hasil yang didapat dengan program ANSYS secara umum mendekati hasil eksperimen yang dilakukan oleh Ziyi Chen dan Zhenyuan Cui<sup>[8]</sup>, dengan penyimpangan terbesar sebesar 11.68 % berada pada spesimen T7 untuk arah retak a (sudut 90°) pada saat a = 16.7 dan c = 20.4.



Gambar 8. Perbandingan Grafik K1(a), K1(c) Vs panjang retak arah (a) Hasil Eksperimen dan Hasil Simulasi ANSYS, spesimen T8

Hal ini disebabkan karena pengaruh asumsi model dalam kondisi LEFM (Linear Elastic Fracture Mechanic), jadi mengabaikan plastisitas disekitar ujung retak. Hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan Choiron, M.A dan Berata, Wajan dan Pramono, A.S. (2001)<sup>[5]</sup> yang meneliti faktor intensitas tegangan pada spesimen CT pada kondisi LEFM mendapatkan error terbesar sebesar 10.78%, sedangkan P Hidayat, Irfan dan Berata, Wajan (2001)<sup>[6]</sup> yang meneliti faktor intensitas tegangan pada spesimen CT pada kondisi elastis plastis, mendapatkan error terbesar sebesar 8.23%. Ada kecenderungan bahwa semakin mendekati retak tembus (through crack), maka penyimpangan (error) yang terjadi juga semakin besar (untuk retak arah a). Hasil ini sesuai dengan penelitian dari Choiron, M.A dan Berata, Wajan dan Pramono, A.S. (2001)<sup>[5]</sup> yang memperlihatkan adanya



Gambar 9. Perbandingan Grafik K1(a), K1(c) Vs panjang retak arah (a) Hasil Eksperimen dan Hasil Simulasi ANSYS, spesimen T7

kecenderungan penyimpangan (error) yang semakin besar ketika retak sudah mendekati patah final. Hal ini mungkin terjadi karena:

1. Dalam pemodelan ANSYS diasumsikan beban yang diberikan adalah dalam bentuk tegangan tarik, sedangkan dalam eksperimen tidak disebutkan secara jelas pemberian bebannya.
2. Asumsi yang dipakai dalam pemodelan yaitu material homogen, isotropic dan kontinyu, sedangkan pada kenyataannya material spesimen yang dipakai tidak mungkin mempunyai sifat ideal.
3. Asumsi yang dipakai dalam pemodelan ini masih dalam kondisi LEFM (*linear elastic Fracture Mechanics*) sehingga kemunculan daerah plastis diabaikan. Sehingga faktor-faktor yang mempengaruhi percepatan dan perlambatan retak diabaikan juga.
4. Terjadinya kesalahan dalam membaca grafik  $a$  vs  $N$ ,  $c$  vs  $N$  maupun pengeplotan  $da/dn$  kedalam grafik  $da/dn \Delta K(a)$ ,  $dc/dN \Delta K(c)$ . Hal ini tak dapat dihindari karena penulis mendapatkan data dalam bentuk grafik.

### Kesimpulan

1. Perbandingan hasil analisa metode elemen hingga dengan software ANSYS rel. 5.4 pada kasus Retak Pojok Eliptik (*Quarter elliptic corner crack*) hasilnya cukup dekat dengan hasil analisa yang berbasis pada metode elemen batas (*Boundary Element Methode*), dengan simpangan terbesar sebesar 7.99 % berada pada sudut 90 derajat. Perbandingan hasil ANSYS dibandingkan dengan *Newman-Raju equation*, simpangan terbesar yaitu sebesar 3.89% pada sudut 0°. Sehingga dapat disimpulkan bahwa prosedur yang dipakai dalam analisa dengan ANSYS rel. 5.4 cukup valid untuk dipakai sebagai suatu metode mengevaluasi faktor intensitas tegangan untuk kasus Retak Pojok Eliptik (*Quarter elliptic corner crack*).
2. Perbandingan hasil analisa metode elemen hingga dengan software ANSYS rel. 5.4 pada kasus retak permukaan (*semi elliptic surface crack*) hasilnya cukup dekat dengan hasil dari eksperimen yang dilakukan oleh Siyi Chen dan Zhenyuan Cui, dengan penyimpangan terbesar sebesar 11.68 % berada pada spesimen T7 untuk arah retak (a) pada saat  $a = 16.7$  dan  $c = 20.4$ . Sehingga dapat disimpulkan bahwa prosedur yang dipakai dalam analisa dengan ANSYS rel. 5.4 cukup valid untuk dipakai sebagai suatu metode mengevaluasi faktor intensitas tegangan.

### DAFTAR PUSTAKA

- Banks-sills, Leslie and Bortman, Yaacov (1984), *Reappraisal of The Quarter Point Quadrilateral Element in Linear Elastic Fracture Mechanics*, International Journal of Fracture, vol. 25, pp 169-180

- Broek, David (1989) *The Practical Use of Fracture Mechanics*, Kluwer Academic Publisher, Netherland.
- Carpinteri A (1993), *Shape Change of Surface Crack in Round Bars Under Cyclic Axial Loading*, Int. J Fatigue 15 no 1 pp 21-26
- Chan, S.K., Tuba, I.S. and Wilson, W.K., (1970), *On Finite Elemen Method In Linear Elastic Fracture Mechanics*, Engineering Fracture Mechanics, vol. 3, pp. 1-17
- Choiron, M.A. dan Berata, Wajan (2001), *Evaluasi Intensitas Tegangan pada Spesimen Compact Tension dengan Metode Elemen Hingga*, Laporan Penelitian, Jurusan teknik Mesin ITS, Surabaya.
- P Hidayat, M Irfan. dan Berata, Wajan (2001), *Analisa J Integral Pada Spesimen Compact Tension Ti-6Al-4V*, Laporan Penelitian, Jurusan teknik Mesin ITS, Surabaya.
- Putra, I.S dan Purbolakson, J dan Pramono, A (1998), *Stress Intensity Faktor of Part-Through Crack Using Beasy*, Prosiding Seminar Fatigue & Fracture Mechanics, pp 1-8
- Ziyi Chen dan Zhenyuan Cui (1988), *Surface Crack Growth Behaviour Under Tensile Cyclic Loading*, Int. J Fatigue 10 no 1 pp 43-47
- Zienkiewicz, O.C., (1977), *The Finite Elemen Methode*, 3<sup>th</sup> Edition, McGraw Hill Book, London.