

SIMULASI NUMERIK KONVEKSI ALAMI DALAM KOTAK 2D DENGAN VARIASI KEMIRINGAN DENGAN METODE BEDA HINGGA

Eko Prasetya Budiana¹, Budi Kristiawan², Aris Sulistyono³

Abstract : *Numerical simulation of natural convection in 2D cavity with variations of inclination done to know the phenomenon of fluid flow profile, distribution of temperature and pressure. Simulation done by solving governing equations of natural convection with Bousinesq approximations consists of continuity equation, Navier Stokes equations, and energy equation using finite different approximation. For solving the governing equations done by ADI method for calculation momentum equation of x and y direction without enclose pressure unsure to get temporary velocity (u^* and v^*). Then pressure calculated by Line Gauss Seidel Iteration method, and used to looking for true u and v value. Energy equation that contain temperature also solved by ADI method. Simulation's result at $Ra 10^6$ with aspect ratio 1 : 2 show Benard Convection on 0° inclination (heated from bottom), and on 180° inclination (heated from top) convection heat transfer not occur. Thermal distribution and velocity vector on different inclination showing buoyancy force direct on natural convection in 2D cavity.*

Keyword : natural convection, Benard convection, finite different method, Navier Stokes equations.

PENDAHULUAN

Proses perpindahan panas dapat terjadi melalui tiga cara, yaitu secara konduksi, konveksi dan radiasi. Perpindahan panas konveksi adalah perpindahan panas yang terjadi di antara permukaan benda dengan fluida yang bergerak ketika temperatur keduanya berbeda. Perpindahan panas secara konveksi berdasarkan jenis penyebab aliran fluida yang terjadi dikategorikan menjadi dua kategori, yaitu konveksi paksa dan konveksi alami.

Konveksi paksa (*forced convection*) adalah konveksi yang mana aliran fluida yang terjadi disebabkan adanya alat-alat eksternal, seperti fan, pompa, aliran udara atmosfer (angin). Sedangkan konveksi alami (*natural convection*) adalah konveksi yang terjadi karena fluida yang berubah densitasnya (kerapatannya) disebabkan proses pemanasan dan fluida ini bergerak naik karena adanya gaya apung (*buoyancy force*).

Konveksi alami memegang peranan penting dalam rekayasa industri, seperti pada perancangan alat penukar kalor, pendinginan transformator, dan komponen elektronika.

¹ Staf Pengajar Jurusan Teknik Mesin FT UNS

² Staf Pengajar Jurusan Teknik Mesin FT UNS

³ Mahasiswa Jurusan Teknik Mesin FT UNS

Penelitian mengenai fenomena pada konveksi alami telah banyak dilakukan baik secara eksperimental maupun secara numerik. Penelitian secara eksperimen lab untuk mengetahui fenomena yang terjadi pada proses konveksi alami membutuhkan biaya yang cukup mahal dan proses yang cukup rumit.

Oleh karena itu, dikembangkan penelitian secara numerik yang membutuhkan biaya yang jauh lebih murah. Berbagai metode pendekatan numerik untuk mengetahui fenomena konveksi alami telah dilakukan, dengan menggunakan model matematika dari persamaan Navier Stokes yang meliputi persamaan kontinuitas, momentum dan energi.

Ramaswamy (1993) meneliti aliran kental tak mampat dengan menggunakan metode elemen hingga (*finite-element*). Lemos (1993) menggunakan pendekatan beda hingga (*finite different*) pada *staggered grid* untuk meneliti aliran fluida tak mampat. Pranowo dan Priyo Tri Iswanto (1999) menggunakan metode primitive variabel pada grid kolokasi untuk meneliti konveksi alami pada kotak 2D.

Penelitian ini mengacu pada penelitian yang dilakukan Pranowo dan Priyo Tri Iswanto dengan menambahkan variasi kemiringan pada kotak, sehingga diketahui fenomena yang terjadi pada konveksi alami pada kotak 2D dengan berbagai variasi kemiringan.

TINJAUAN PUSTAKA

Berbagai metode telah digunakan untuk meneliti konveksi alami dalam kotak. Ramaswamy (1992) menggunakan metode elemen hingga untuk meneliti aliran fluida tak mampat. Metode ini menurunkan persamaan Navier-Stokes untuk fluida tak mampat. Dengan metode ini, dapat diketahui vektor kecepatan dan distribusi tekanan pada kotak 2D.

Le Querre (1990) menggunakan algoritma pseudo-spectral Chebyshev untuk meneliti konveksi alami pada kotak 2D dengan dinding bawah dipanasi dan dinding atas adiabatik. Dengan metode ini dapat menghilangkan osilasi numerik dan mencapai hasil yang akurat hingga nilai $Ra = 10^8$.

Metode Lattice Boltzmann digunakan oleh Dixit dan Babu (2006) untuk mengadakan simulasi konveksi alami dalam kotak pada Angka Rayleigh yang tinggi. Grid yang tidak seragam digunakan pada metode ini. Simulasi ini mencapai nilai yang akurat hingga $Ra = 10^8$.

Persamaan Navier-Stokes dua dimensi juga dapat diselesaikan dengan menggunakan *primitive variable* pada *non staggered grid* dengan diskritisasi beda hingga (Pranowo dan Priyo Tri Iswanto, 1999). Hasil simulasi dengan metode ini menunjukkan hasil yang akurat untuk $Ra = 10^6$ dan $Ra = 10^7$.

Alexander Yu Gelfgat (1999) meneliti ketidak stabilan Rayleigh-Benard pada kotak 2D dan 3D. Dari hasil perhitungan dengan parameter yang telah ditentukan diketahui adanya ketergantungan angka Rayleigh kritis dengan aspek rasio dari kotak.

KONVEKSI ALAMI

Konveksi alami adalah perpindahan panas di antara sebuah permukaan dan fluida yang bergerak di atasnya dengan gerakan fluida disebabkan gaya apung (*bouyancy force*) yang timbul karena perbedaan density akibat perbedaan tekanan di dalam aliran (Oosthuizen, 1999). Nilai batas kritis untuk terjadinya konveksi tergantung pada aspek rasio dari kotak 2D yang digunakan (Alexander Yu Gelfgat, 1999).

Pada konveksi alami dengan perbedaan temperatur yang kecil, maka berlaku pendekatan Boussinesq, yaitu dalam analisis mengenai aliran pada konveksi alami, properties fluida diasumsikan konstan kecuali perubahan density terhadap temperatur yang menyebabkan munculnya gaya apung (*buoyancy force*) (Oosthuizen, 1999). Sehingga persamaan atur untuk konveksi alami dapat dituliskan sebagai berikut (Le Querre, 1990) :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \text{Pr} \cos w \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \text{Pr} \sin w \quad (3)$$

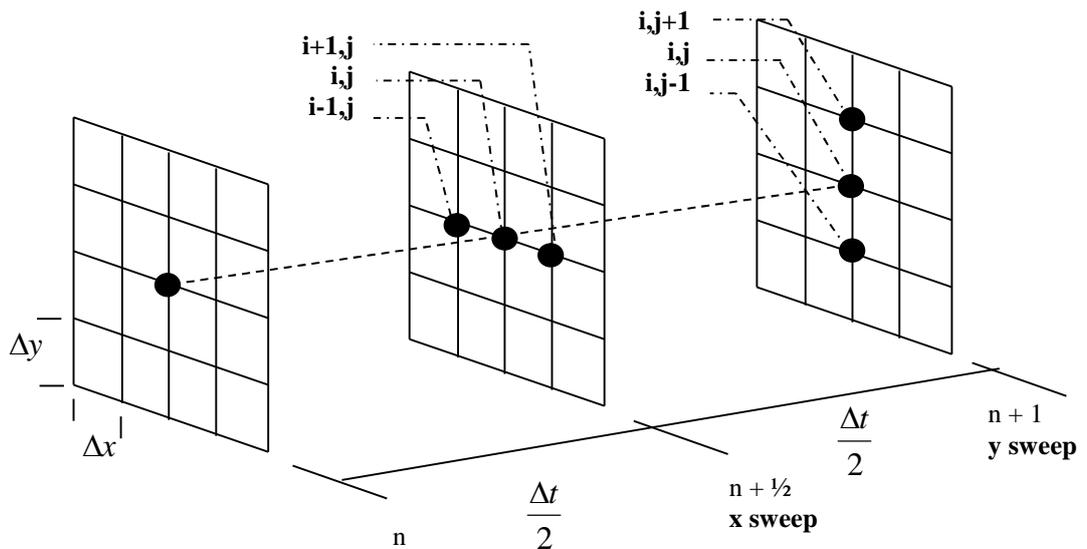
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\text{Ra}^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

Persamaan di atas diperoleh dengan membagi variabel berdimensi dengan variabel referensi. Variabel referensi untuk panjang adalah $L_r = H$, untuk kecepatan $V_r = (\alpha/H)\text{Ra}^{0.5}$, untuk variabel waktu $t_r = (H^2/\alpha) \text{Ra}^{0.5}$ dan untuk temperatur (θ)

didefinisikan sebagai berikut : $\theta = (T - T_r)/(T_h - T_c)$ dan $T_r = (T_h + T_c)/2$ dimana T adalah variabel berdimensi untuk suhu, T_r adalah variabel referensi untuk suhu, T_h adalah variabel berdimensi untuk suhu yang tinggi, dan T_c adalah variabel berdimensi untuk suhu yang rendah.

METODE ADI (ALTERNATING DIRECTING IMPLICIT)

Metode ADI digunakan untuk mendiskritisasi persamaan atur. Skema metode ADI adalah seperti berikut :



Gambar 1 Ilustrasi untuk metode ADI

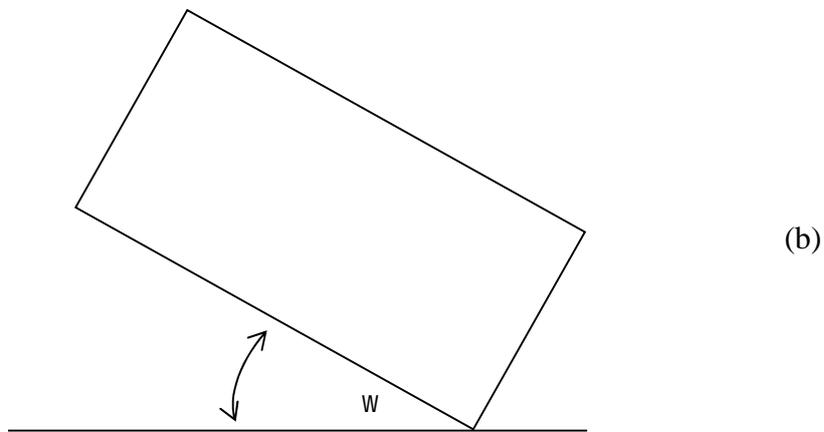
Metode ini dilakukan dengan dua langkah, yang pertama adalah penyelesaian variabel dalam arah x saja (x -sweep), kemudian penyelesaian variabel dalam arah y saja (y -sweep). X -sweep dilakukan pada langkah waktu $n+1/2$ dan y -sweep dilakukan pada langkah waktu $n+1$.

KASUS YANG DISELESAIKAN

Kasus yang diselesaikan pada penelitian ini adalah kotak 2D dengan aspek rasio 1 : 2 dengan dinding kiri dan kanan diisolasi ($\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$), dinding bawah panas, dan dinding atas dingin, pada posisi $w = 0^\circ$.

Kecepatan (u, v) bernilai nol di seluruh dinding, sedangkan syarat batas untuk tekanan dan temperatur adalah sebagai berikut :

$$\begin{array}{c}
 \text{"} = -0.5 \\
 \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\
 \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\
 \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\
 \text{"} = 0.5
 \end{array}
 \quad \frac{\partial \text{"}}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial \text{"}}{\partial x} = 0
 \tag{a}$$



Gambar 2 (a) Kondisi Batas (b) Kotak 2D dengan Kemiringan w

PENYUSUNAN ALGORITMA

Algoritma yang dipakai pada penelitian ini sama dengan algoritma yang dipakai Pranowo (1999). Kecepatan tingkat menengah (u^* dan v^*) diperoleh dengan menyelesaikan persamaan momentum tanpa menyertakan unsur tekanan, kecepatan tingkat menengah ini belum memenuhi persamaan kekekalan massa, sehingga perlu dikoreksi dengan turunan tekanan yang diitung kemudian sehingga diperoleh kecepatan yang sesungguhnya (u^{n+1} dan v^{n+1}), dimana tekanan dicari dengan menyelesaikan persamaan poisson.

Langkah-langkah algoritma tersebut dapat dituliskan sebagai berikut :

1. Membaca data masukan berupa jumlah dan susunan grid, konstanta-konstanta yang dipakai, ukuran kotak 2D yang digunakan, syarat awal dan syarat batas yang digunakan.

2. Hitung kecepatan tingkat menengah u^* dengan metode ADI

$$\frac{\partial u^*}{\partial t} + u^n \frac{\partial u^*}{\partial x} + v^n \frac{\partial u^*}{\partial y} = \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right) + \text{Pr}_n \cos w \quad (5)$$

3. Hitung kecepatan tingkat menengah v^* dengan metode ADI

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u^n \frac{\partial v^n}{\partial x} - \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}^{0.5}} \frac{\partial^2 v^n}{\partial x^2} = -v^n \frac{\partial v^*}{\partial y} + \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}^{0.5}} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \text{Pr}_n \sin w \quad (6)$$

4. Hitung p^{n+1} dengan metode Line Gauss Seidel

$$\frac{\partial^2 p^{n+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^{n+1}}{\partial y^2} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial v^*}{\partial y} \right) \quad (7)$$

5. Hitung kecepatan sesungguhnya (u^{n+1} dan v^{n+1})

$$u^{n+1} = u^* - \Delta t \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} \quad (8)$$

$$v^{n+1} = v^* - \Delta t \frac{\partial p^{n+1}}{\partial y} \quad (9)$$

6. Hitung u^{n+1} dengan metode ADI

$$\frac{\partial u^{n+1}}{\partial t} + u^n \frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + v^n \frac{\partial u^{n+1}}{\partial y} = \frac{1}{\text{Ra}^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 u^{n+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{n+1}}{\partial y^2} \right) \quad (10)$$

7. Periksa konvergensi, jika belum konvergen, kembali ke langkah 2. Jika sudah konvergen tuliskan data.

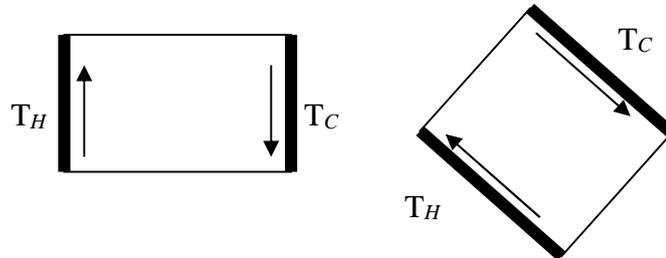
8. Tulis hasil

9. Selesai

HASIL DAN PEMBAHASAN

Simulasi kasus konveksi alami dalam kotak 2D ditampilkan dengan susunan grid 81 x 41 dengan $\Delta x = \Delta y = 0.5$, langkah waktu $\Delta t = 0.01$ dan bilangan Prandtl (Pr) = 0.7. Angka Rayleigh (Ra) dalam simulasi menggunakan $\text{Ra} = 10^6$. Variasi kemiringan yang digunakan adalah 0° , 45° , 90° , 135° , dan 180° . Distribusi suhu pada berbagai kemiringan dapat dilihat pada gambar 4(a) sampai gambar 4(e). Pada gambar 4(a) pada sudut $w = 0^\circ$ terlihat pergerakan fluida panas yang bergerak ke atas karena adanya gaya apung (*buoyancy force*) disebabkan density yang turun karena temperatur, sedang fluida dingin bergerak ke bawah karena density yang lebih besar dan karena adanya gaya gravitasi.

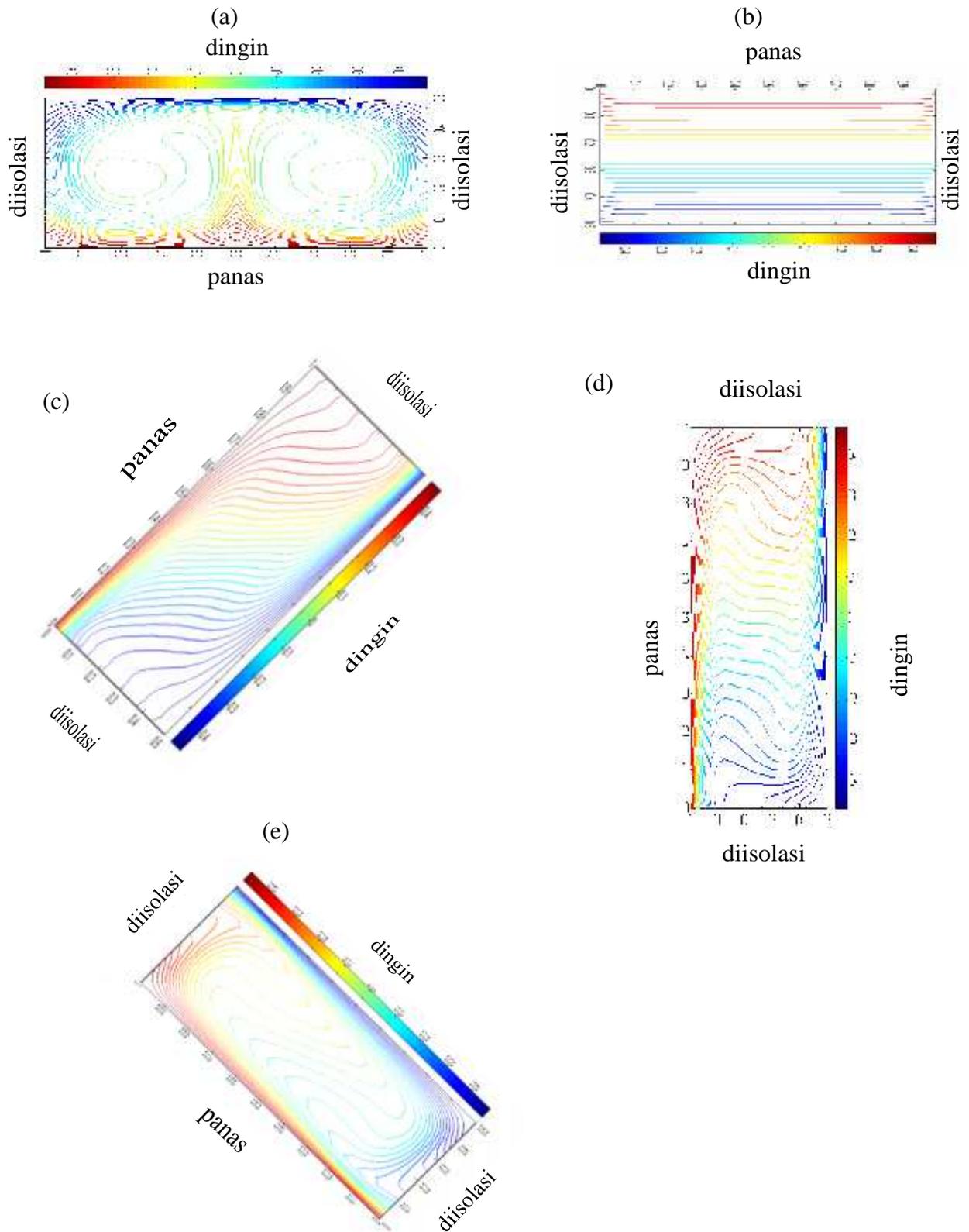
Pada kemiringan kotak 45° sampai kemiringan 135° , terlihat alur pergerakan fluida panas yang bergerak ke atas melalui dinding bagian sisi kiri dan sebaliknya fluida dingin bergerak ke bawah melalui dinding bagian kanan. Hal ini menjelaskan arah gaya apung untuk kotak 2D yang dapat digambarkan seperti gambar 3.



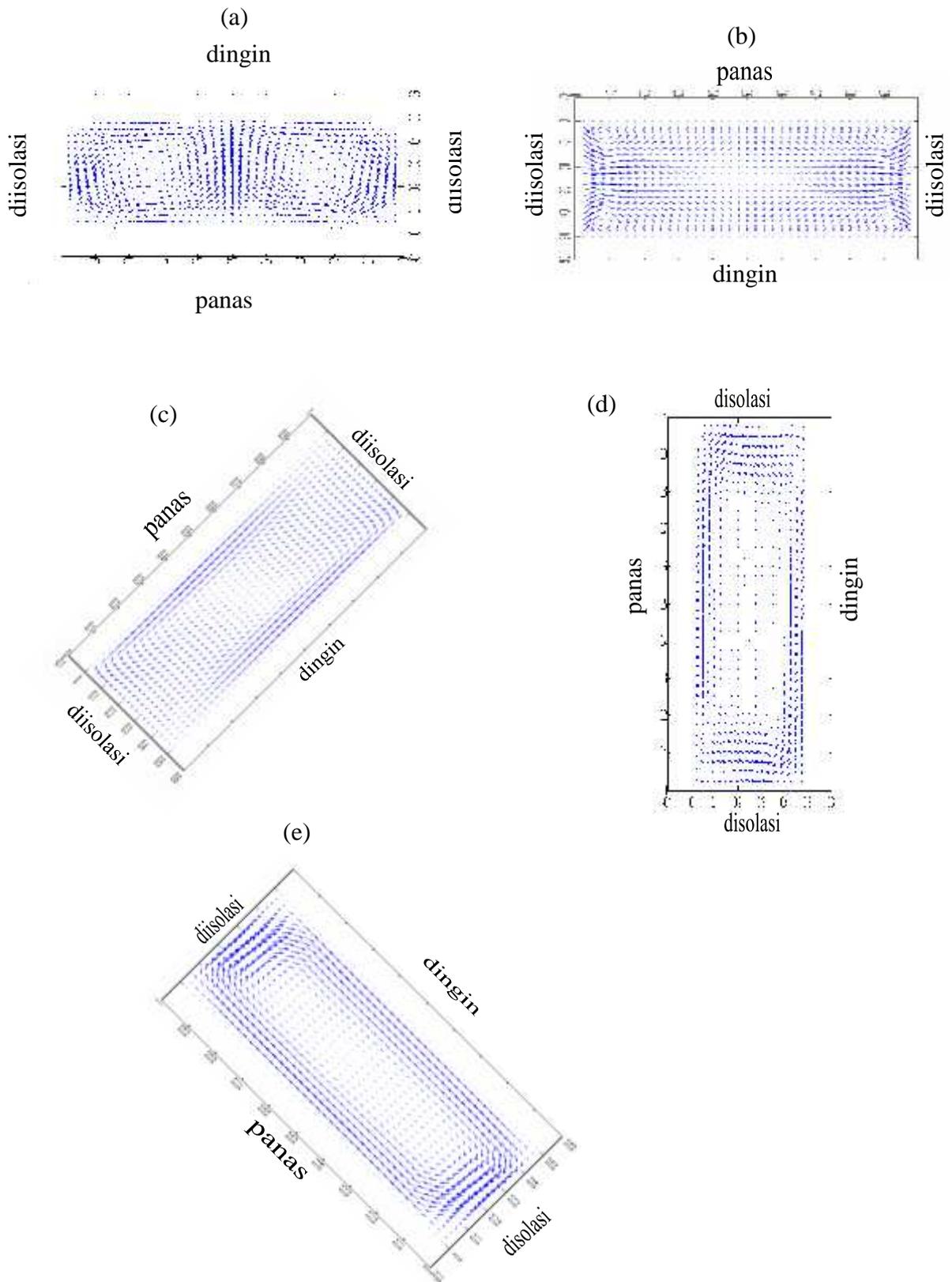
Gambar 3 Komponen gaya apung (*buoyancy force*) dalam kotak miring

Pada sudut 180° (Gambar 4(b)) tidak terlihat adanya pergerakan fluida panas ke atas maupun fluida dingin ke bawah. Hal ini menunjukkan tidak adanya gaya apung pada kemiringan 180° , yang berarti bahwa pada kondisi ini tidak terjadi perpindahan panas konveksi. Perpindahan panas yang terjadi adalah murni perpindahan panas konduksi ($Nu = 1$).

Perbandingan vektor kecepatan hasil simulasi dengan kemiringan 0° , 45° , 90° , 135° dan 180° dapat dilihat pada gambar 5(a) sampai gambar 5(e). Pada aliran dengan kemiringan kotak 0° (Gambar 5(a)) terlihat jelas adanya 2 gulungan sel yang biasa disebut dengan *Benard cells* atau *Benard Convection*. Pada vektor kecepatan untuk kemiringan 45° sampai 135° terlihat pergerakan pusat gulungan. Terlihat pula bahwa gradien kecepatan pada bagian dinding lebih tinggi dibandingkan gradien kecepatan pada bagian dalam kotak. Sedangkan pada kemiringan 180° (gambar 5(b)) pemanasan dari atas dan pendinginan dari bawah, tidak terlihat adanya gulungan sebagaimana pada sudut yang lain. Hal ini karena perpindahan panas terjadi secara konduksi sehingga tidak ada pergerakan fluida yang disebabkan oleh perbedaan density.



Gambar 4 Isothermal pada $Ra = 10^6$, $t = 30$, (a) sudut $w = 0^\circ$, (b) sudut $w = 180^\circ$,
(c) sudut $w = 135^\circ$, (d) sudut $w = 90^\circ$, (e) sudut $w = 45^\circ$



Gambar 5 Vektor kecepatan pada $Ra = 10^6$, $t = 30$, (a) sudut $w = 0^\circ$, (b) sudut $w = 180^\circ$, (c) sudut $w = 135^\circ$, (d) sudut $w = 90^\circ$, (e) sudut $w = 45^\circ$

KESIMPULAN

Dari penelitian dan pembahasan hasil yang telah dilakukan, dapat ditarik beberapa kesimpulan yaitu :

- a. Pada kotak 2D dengan pemanasan dari bawah (sudut 0°) terjadi konveksi alami dengan pola aliran udara membentuk sel Bernard (*Bernard cell* atau *Bernard Convection*).
- b. Arah pergerakan fluida pada kotak yang dimiringkan adalah mengikuti arah komponen *bouyancy force*, dimana pada sisi panas bergerak ke atas dan pada sisi yang dingin bergerak ke bawah.
- c. Pada kotak 2D dengan pemanasan dari atas (sudut 180°) tidak terjadi perpindahan panas secara konveksi, tetapi perpindahan panas terjadi secara konduksi ($Nu = 1$).
- d. Pola isothermal pada kasus konveksi alami mengikuti pola aliran fluida.

DAFTAR PUSTAKA

- Dixit, H.N. and V. Babu. 2006. Simulation of High Rayleigh Number Natural Convection in a Square Cavity using the Lattice Boltzmann Method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49 (3-4), hal 727-739.
- Gelfgat, Alexander Yu. 1999. Different Modes of Rayleigh-Benard Instability in Two- and Three-Dimensional Rectangular Enclosures. *Journal of Computational Physics*, 156, hal. 300-324.
- Hoffman, Klaus A. 1989. *Computational Fluid Dynamis for Engineering*. Texas, USA : Engineering System TM Austin.
- Holman, J.P. 1997. *Perpindahan Kalor*. Jakarta : Penerbit Erlangga.
- Oosthuizen, Patrick H. 1999. *An Introduction to Convective Heat Transfer Analysis*. New York, USA : McGrawHill.
- Pranowo dan Priyo Tri Iswanto. 1999. *Analisis Numerik Konveksi Alami Dalam Kotak dengan Primitive Variable pada Grid Kolokasi*. Makalah Seminar Regional Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.
- Quere, P.L. 1990. Accurate Solutions to The Square Thermally Driven Cavity at High Rayleigh Number. *International Journal of Computers & Fluids*, Vol.20, No. 1, hal. 29-41.
- Ramaswamy. 1988. Theory and Implementation of a Semi-Implicit Finite Element Method for Viscous Incompressible Flow, *International Journal of Computers & Fluids*, Vol.22, No. 6, hal. 725-747.
- Soesianto F. Ir, dan Ir. Eko Nugroho. 1994. *Bahasa Fortran*. Yogyakarta : ANDI OFFSET.